

ಶೀರ್ಷಿಕೆ 12 - ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು

ಕಲಿಕಾಫಲ 12: ಸರಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವರು.

ಚಟುವಟಿಕೆ 12.1 ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.

- 1) ಚರಾಕ್ಷರ x, y, a, b ಮತ್ತು p ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಉದಾಹರಣೆಯಂತೆ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಬೀಜಪದ ಹಾಗೂ ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಉದಾ: $-5x + 3abp - \frac{2}{9}y$	(i) $xy + ab + p$	(ii) $6ax - \frac{1}{2}by + p$
ಬೀಜಪದಗಳು	$-5x + 3abp, -\frac{2}{9}y$	ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು xy, ab, p	$6ax, -\frac{1}{2}by + p$
ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳು	$-5, 3, -\frac{2}{9}$	1, 1, 1	6, $-\frac{1}{2}$
ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ವಿಧ	ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ	ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ	ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ

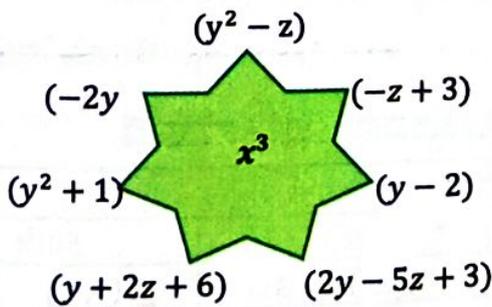
- 2) ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

➤ ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

➤ ಹಳದಿ ಮತ್ತು ಹಸಿರು ಬಣ್ಣದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

	ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು	ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು
19xy 6x ² 12x ² 9x -21x -12x ² -5xy	19xy - 18x	-13xy + 7x - 1
-13xy 75x ² 7x 1 74 21x -y ²	6x ² + 43x	75x ² - y ² + 11
(-1) 5 26 (-32) (-17) 19 11 42 (-56)	12x ² - x ² y	-y ² + 21x - 56
-18x 43x x ² y 25x 70y 52x 12x ²	-21x + 30y	1 + 21x - 313xy

- 3) ಮುಂದಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಕ್ಷತ್ರದ ಒಳಗಿನ ಚರಾಕ್ಷರ x^3 ಗೆ ನಕ್ಷತ್ರದ ಹೊರಗಿರುವ ಚರಾಕ್ಷರ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು
(i) $x^3 - 2y - 5z + 3$
(ii) $x^3 + y + 2z + 6$
(iii) $x^3 + y^2 + 1$
(iv) $x^3 + y^2 - z$



ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಧಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ?

ಚಟುವಟಿಕೆ 12.2 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ

ಆಟದ ವಿಧಾನ: ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಪದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಗುಂಪನ್ನು ರಚಿಸಿ.

-4x	9x	37x ²	-9x ²	18x ²	35y ²	-10x	24x	34x	15x	8y ²	2x ²	x ²	x
11x	-87x	5x	6x	11	13xy	-xy	12xy	13xy	50x ²	x ²	51x ²	7	44x ²
-15x	96x	27x ²	-3x	30x	29y	12x ²	2y	37x ² y	-42x	-53x	-4	31x	-x ²
-8x	-20x ²	-7y	-3x ²	2x	5x ²	11xy	55x	-35x	43x	x ² y	25x	70y	52x
-23y	y	22y	88xy	7x	7x	95x	10x ²	9y	x	x	2x	82x ²	-x

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಒಂದು ಗುಂಪನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಉಳಿದ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- ❖ ಇದೇ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಬಳಸಿ ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ.
- ❖ ನೀವು ಸಹ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 12.3: ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಆಟದ ವಿಧಾನ:

- ❖ ಇಬ್ಬರು ಆಟಗಾರರು ಬೇಕಾಗುತ್ತಾರೆ: ಆಟಗಾರ A ಮತ್ತು ಆಟಗಾರ B.
- ❖ ಆಟಗಾರರು ಮುಂದಿನ ಚೌಕದಿಂದ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಆರಿಸಿ, ಇಬ್ಬರೂ ಅದನ್ನು ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.
- ❖ ಆಟಗಾರ A ಮತ್ತು ಆಟಗಾರ B ಕ್ರಮವಾಗಿ ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿ ಬಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ನಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಬೇಕು.
- ❖ ನಂತರದ ಸರದಿಯಲ್ಲಿ ಆಟಗಾರ A ಮತ್ತು ಆಟಗಾರ B ಕ್ರಮವಾಗಿ ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿ ಬಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು y ನಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಬೇಕು.
- ❖ ಈಗ ಇಬ್ಬರು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾರೋ, ಆ ಆಟಗಾರ ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ.
- ❖ ಇದೇ ರೀತಿ ಆಟವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ.



3x+y = _____	x ² +2y = _____	2x+4y = _____	y ² +5x = _____
2(x+2y) = _____	4(2x+2y) = _____	3+x ² +y ² = _____	5-(3x+2y) = _____
3(x+y) = _____	2x-6y ² = _____	x ² -5y = _____	x ² +y ³ = _____
(x-y) ³ = _____	x ² +y ² = _____	2(2x ² -y) = _____	x+y ² = _____
5-y ² +3x = _____	(x+y) ² = _____	3x+2y ² = _____	5(2x ² -5y) = _____

ಈ ರೀತಿಯ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಬಿಡುವಿನ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟವಾಡಿ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 12.4

1) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನ್ಯಾಸದ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಪದಗಳು			
		1ನೇ	2ನೇ	10ನೇ	50ನೇ
(i)	3x	3(1) = 3	3(2) = 6	3(10) = 30	3(50) = 150
(ii)	4x ² -10	4(1) ² -10 = 4-10 = -6	4(2) ² -10 = 16-10 = 6	4(10) ² -10 = 400-10 = 390	4(50) ² -10 = 10000-10 = 9990
(iii)	$\frac{x}{2}+3$	$\frac{1}{2}+3 = 3\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}+3 = 1+3 = 4$	$\frac{10}{2}+3 = 5+3 = 8$	$\frac{50}{2}+3 = 25+3 = 28$

2) ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ n ಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಸರಳತೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಚಿತ್ರ 1	ಚಿತ್ರ 2	ಚಿತ್ರ 3	ಸರಳತೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ
(i)				ಚಿತ್ರ 1, 2, 3 ಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಕ್ರಮವಾಗಿ 3 (3 × 1), 6 (3 × 2), 9 (3 × 3) ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಚಿತ್ರ n ಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3n ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
(ii)				ಚಿತ್ರ 1, 2, 3 ಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1, 1, 1 ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಚಿತ್ರ n ಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1 ಕಡ್ಡಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
(iii)				ಚಿತ್ರ 1, 2, 3 ಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಕ್ರಮವಾಗಿ (10 × 0) + 1, (10 × 1) + 1, (10 × 2) + 1 ಕಡ್ಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಚಿತ್ರ n ಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು (10n + 1) ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ನಾನೇನು ಕಲಿತೆ? (✓ ಗುರುತು ಹಾಕಿರಿ)

ಪುರ 1- ಸರಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವೆನು.

1) ಏಕಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ. ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವ ವಿಧದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಾಗಿದೆ?

$3x, -5s, 5a - 6b, 90b - 10a - \frac{y}{5}, x^5 - x^2 - x, x - y - z, ya + xz - xy, -2x^5 + y$

$2a + 3b, 6d + a, a^2, c^2 - d, 5g - j + 1, 45 - 90x, \frac{11}{9} - 8, x^5 - y^5 - 4^5, 5^5, 98$

ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳು: $3x, -5s, a^2, 5^5, 98$

ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು: $5a - 6b, -2x^5 + y, 2a + 3b, 6d + a, c^2 - d, 45 - 90x, \frac{11}{9} - 8,$

ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು: $90b - 10a - \frac{y}{5}, x^5 - x^2 - x, x - y - z, ya + xz - xy, 5g - j + 1, x^5 - y^5 - 4^5,$

2) $3x + 4x + 5y + 6y = 7x + 11y$

3) $6a + 5ab - 6ab + 11ab = 6a + 10ab$

ಪುರ 2- ವತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವೆನು.

4) $(1 - 4h) + 5h - (11h + 16)$ ನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಿ ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
 $= 1 - 4h + 5h - 11h - 16 = -9h - 15$

ಬೆಂಗಳೂರು 9ನೇ ವರ್ಗ 15 ನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ.

- 5) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟು ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರರಷ್ಟನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $(4x+3y)-2z$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 2 ಪಟ್ಟು $2(4x+3y-2z) = 8x+6y-4z$

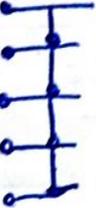
ಸ್ತರ 3- ಸಜಾತಿ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವೆನು

- 6) ಮುಂದೆ ನೀಡಿದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಜಾತಿ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು? $-3a^2bc + 4a^2bc + 6a^2bc = 10a^2bc$
 $9abc, -3a^2bc, -13a^2 + b - 3c, 7a^2bc, a + b^3 - 4c^2, a^2bc + 1, 6a^2bc, -2a^3 + bc$
- 7) $(-a + 7b + 2c)$ ಮತ್ತು $(-4b - 5a + c)$ ನ್ನು ಕೂಡಿ. ಮೊತ್ತ = $-6a + 3b + 3c$
- 8) $(-3p - 5q + 8r)$ ರಿಂದ $(7p - 2q - 5r)$ ನ್ನು ಕಳೆದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು $-10p - 3q + 13r$

ಸ್ತರ 4- ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವೆನು.

$$= 78 - 9(2) + (3(2) + 9(2)) - (78 + 5(2) + 6(2)) = 78 - 18 + 12 + 18 - 78 - 10 - 24$$

- 9) $x = 2$ ಆದರೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(78 - 9x) + (3x^2 + 9x) - (78 + 5x + 6x^2)$ ನ ಬೆಲೆಯು -22
- 10) ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳ ಸರಣಿಯಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟುಹೋದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಊಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ. ಜೊತೆಗೆ ಚಿತ್ರ n ಗೆ ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಸರಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರ 1	ಚಿತ್ರ 2	ಚಿತ್ರ 3	ಚಿತ್ರ 4
			
$3 + (2 \times 0)$	$3 + 2 \times 1$	$3 + 2 \times 2$	$3 + 2 \times 3$

ಚಿತ್ರ a , ಚಿತ್ರ b , ಚಿತ್ರ c ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ d ಗೆ ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಾಲ್ಕೂ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳೆಷ್ಟು?

$$96 \div 4 = 24 \text{ ಕಡ್ಡಿಗಳು}$$

ಶಿಕ್ಷಕರ ಹಿಮ್ಮಾಹಿತಿ

$$n \text{ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ } = 3 + 2n.$$

ದಿನಾಂಕ:

ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಹಿ