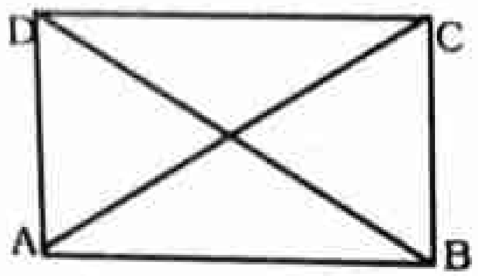
2. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಿದ್ದಾಗ ಅದು ಆಯತವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಿರುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: ABCD ಯು ಒಂದು ಆಯತ.

ಸಾಧನೆ: ಈಗ ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಕರ್ಣ AC = ಕರ್ಣ BD ಇದೆ. (ದತ್ತ).

ΔABC ಮತ್ತು ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ,

BC = AD (ಚ.ಭು. ದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು)

AC = BD (ದತ್ತ)

AB ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\angle ABC = \angle BAD$

ಆದರೆ, $\angle ABC + \angle BAD = 180°$

$\angle ABC + \angle ABC = 180°$

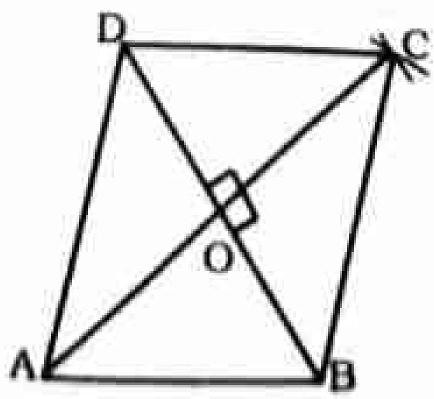
$2\angle ABC = 180°$

$\therefore$ $\angle ABC = 90°$

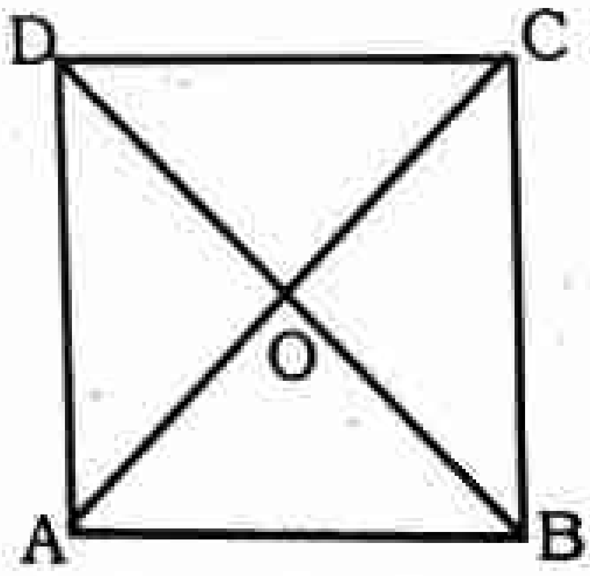
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ ಆದು ಒಂದು ಆಯತ ಇರುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ABCD ಯು ಒಂದು ಆಯತ.

3. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪುರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ಆದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



4. ಒಂದು ವರ್ಗದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಮತ್ತು ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣ AC ಮತ್ತು BD ಇರುತ್ತವೆ. ಅವು 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: i) $AO = OC$

$BO = OD$

ii) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90^\circ$.

ಸಾಧನೆ: ΔABC ಹಾಗೂ ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ,

$BC = AD$ (ವರ್ಗದ ಬಾಹು ಸಮ)

$\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ (ವರ್ಗದ ಕೋನಗಳು)

ABಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

ΔAOB ಹಾಗೂ ΔCOD ಗಳಲ್ಲಿ,

$AB = DC$ (ವರ್ಗದ ಬಾಹು)

$\angle OAB = \angle OCD$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle OBA = \angle ODC$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\therefore$ $\Delta AOB \cong \Delta COD$ (ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\therefore$ $AO = OC$

$BO = OD$ .... (i)

ಹಾಗೆಯೇ,

$\Delta AOB \cong \Delta BOC$ ಆಗುವುದು.

$\therefore$ $\angle AOB = \angle BOC = 90°$

$\Delta COD \cong \Delta AOD$ ಆಗುವುದರಿಂದ,

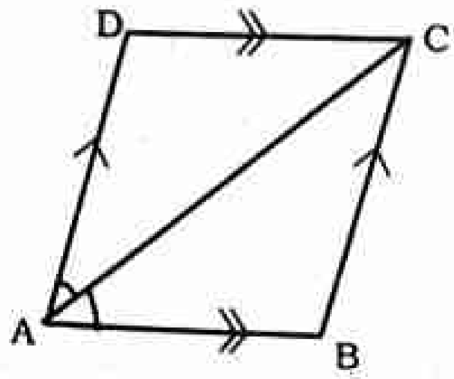
$\therefore$ $\angle COD = \angle DOA = 90°$

$\therefore$ $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90°$(ii)

(i) ಮತ್ತು (ii) ರಿಂದ

$\therefore$ ವರ್ಗದ ಬಾಹುಗಳು ಪರಪಸ್ಪರ ಸಮವಿದ್ದು, ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

6. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ಕರ್ಣ AC ಯು $\angle A$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ)



(i) ಅದು $\angle C$ ಯನ್ನೂ ಸಹ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

(ii) ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD . ಕರ್ಣ AC ಯು $\angle A$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) ಅದು $\angle C$ ಯನ್ನೂ ಸಹ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

(ii) ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ .

ಸಾಧನೆ: i) AC ಯು $\angle A$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

$\therefore \angle DAC = \angle BAC$ (i)

ಆದರೆ, $\angle DAC = \angle BCA$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು) (ii)

$\angle BAC = \angle DCA$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು) (iii)

(i), (ii) ಮತ್ತು (iii) ರಿಂದ

$\angle BCA = \angle DCA$

$\therefore$ AC ಯು $\angle C$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

(ii) $\angle DAC = \angle DCA$

$\therefore AD = DC$

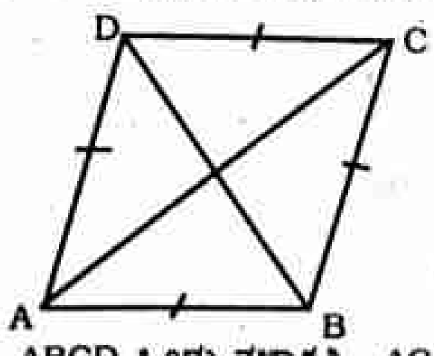
ಆದರೆ, $AD = BC$

$\therefore DC = AB$

$\therefore AB = BC = CD = DA$

$\therefore$ ABCD ಯು ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ.

7. ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. AC ಕರ್ಣವು $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣವು $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. AC ಕರ್ಣವು $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

ಸಾಧನೀಯ : BD ಕರ್ಣವು $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

ಸಾಧನೆ: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಿದ್ದು, ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಿರುತ್ತವೆ.

ΔABC ದಲ್ಲಿ,

$AB = BC$

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$

$\angle BAC = \angle DCA$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\therefore \angle BCA = \angle DCA$ ...... (i)

$\therefore$ AC ಯು $\angle C$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಈಗ, $\angle BCA = \angle DAC$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle BAC = \angle DAC$

$\therefore$ ACಯು $\angle A$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ΔABD ದಲ್ಲಿ,

$AD = DB$

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$

$\angle ABD = \angle CDB$

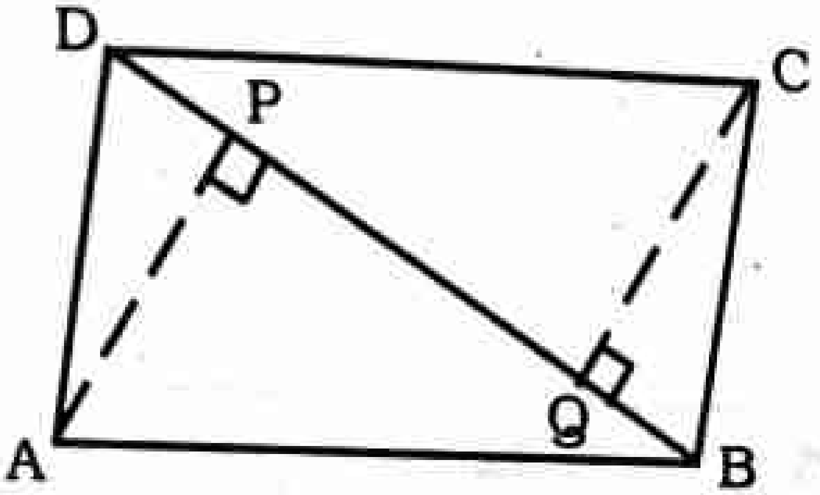
$\therefore$ BD ಯು $\angle D$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

$\angle ADB = \angle CBD$

$\angle ABD = \angle CBD$

$\therefore$ BD ಯು $\angle B$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

10. ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AP ಮತ್ತು CQ ಗಳು A ಮತ್ತು C ಶೃಂಗಗಳಿಂದ BD ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ.



(i) $\Delta APB \cong \Delta CQD$

(ii) $AP = CQ$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AP ಮತ್ತು CQ ಗಳು A ಮತ್ತು C ಶೃಂಗಗಳಿಂದ BD ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) $\Delta APB \cong \Delta CQD$

(ii) $AP = CQ$.

ಸಾಧನೆ: ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. BD ಕರ್ಣ.

$AP \perp BD$ ಹಾಗೂ $CQ \perp BD$ ಇವೆ.

(i) ΔAPB ಮತ್ತು ΔCQD ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle APB = \angle CQD = 90°$

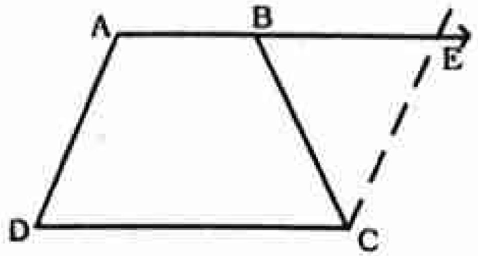
$AB = CD$ (ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು)

$\angle ABP = \angle CQD$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನ)

$\therefore \Delta APB \cong \Delta CQD$ (ಕೋ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

(ii) $\therefore AP = CQ$.

12. ABCD ಟ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$ ಮತ್ತು $AD = BC$ ಆಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ)



(i) $\angle A = \angle B$

(ii) $\angle C = \angle D$

(iii) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

(iv) ಕರ್ಣ AC = ಕರ್ಣ BD ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

[ಸುಳಿವು: AB ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ. C ಮೂಲಕ DA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ರೇಖೆ AB ಯಿಂದ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯನ್ನು E ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.]

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಟ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ $AB \parallel DC$ ಮತ್ತು $AD = BC$ ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) $\angle A = \angle B$

(ii) $\angle C = \angle D$

(iii) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

(iv) ಕರ್ಣ AC = ಕರ್ಣ BD

ರಚನೆ: AB ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ. C ಮೂಲಕ DA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿ, ಇದು ರೇಖೆ AB ಯಿಂದ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯನ್ನು E ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೆ: (i) ABCD ಯು ಒಂದು ಟ್ರಾಪಿಜ್ಯ.

$AB \parallel CD$ ಮತ್ತು $AD = BC$ ಇದೆ (ದತ್ತ)

ಈಗ, $AD \parallel CD$ ಮತ್ತು $AB \parallel DC$ ಇದೆ.

$\therefore$ ADCE ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

$\therefore$ $AD = CE$ (ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು)

$AD = BC$ (ದತ್ತ)

$CE = BC$

$\therefore$ $\angle CBE = \angle CEB$

ಈಗ, $\angle DAB + \angle CEB = 180°$ (ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$\therefore$ $\angle DAB + \angle CEB = 180°$

($\because \angle CEB = \angle CBE$) ...... (i)

ಈಗ, $\angle ABC + \angle CDE = 180°$

(ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು) ...... (ii)

(i) ಮತ್ತು (ii) ನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದರಿಂದ,

$\angle DAB + \cancel{\angle CBE} = \angle ABC + \cancel{\angle CBE}$

$\therefore$ $\angle DAB = \angle ABC$

ಅಥವಾ $\angle A = \angle B$.

(ii) $AB \parallel CD$

$\angle DAB + \angle ADC = 180°$ ...... (iii)

$\angle ABC + \angle BCD = 180°$ ......(iv)

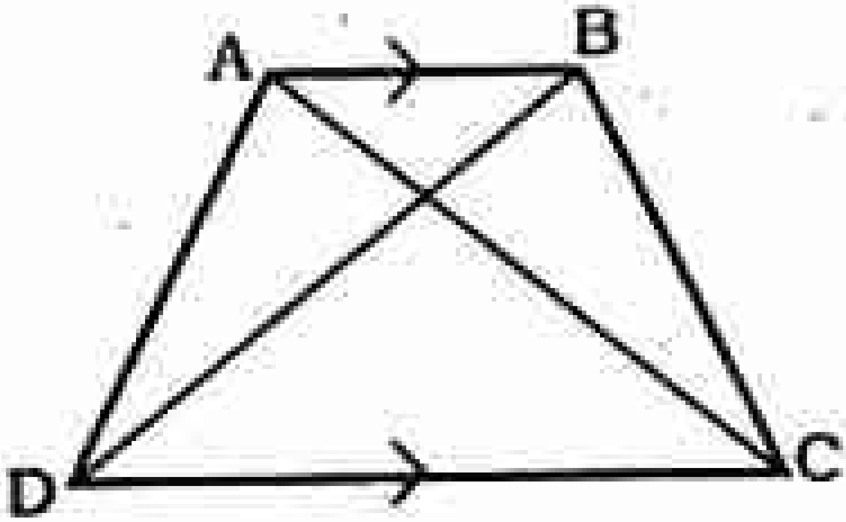
(iii) ಮತ್ತು (iv) ನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದರಿಂದ

$\cancel{\angle DAB} + \angle ADC = \cancel{\angle ABC} + \angle BCD$

$\therefore \quad \angle ADC = \angle BCD \qquad (\because \angle A = \angle B)$

ಅಥವಾ $\quad \angle D = \angle C$.

(iii)



AC ಕರ್ಣ BD ಕರ್ಣ ಎಳೆಯಲಾಗಿ.

ΔABC ಹಾಗೂ ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ

$BC = AD$ (ದತ್ತ)

$\angle ABC = \angle BAD$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

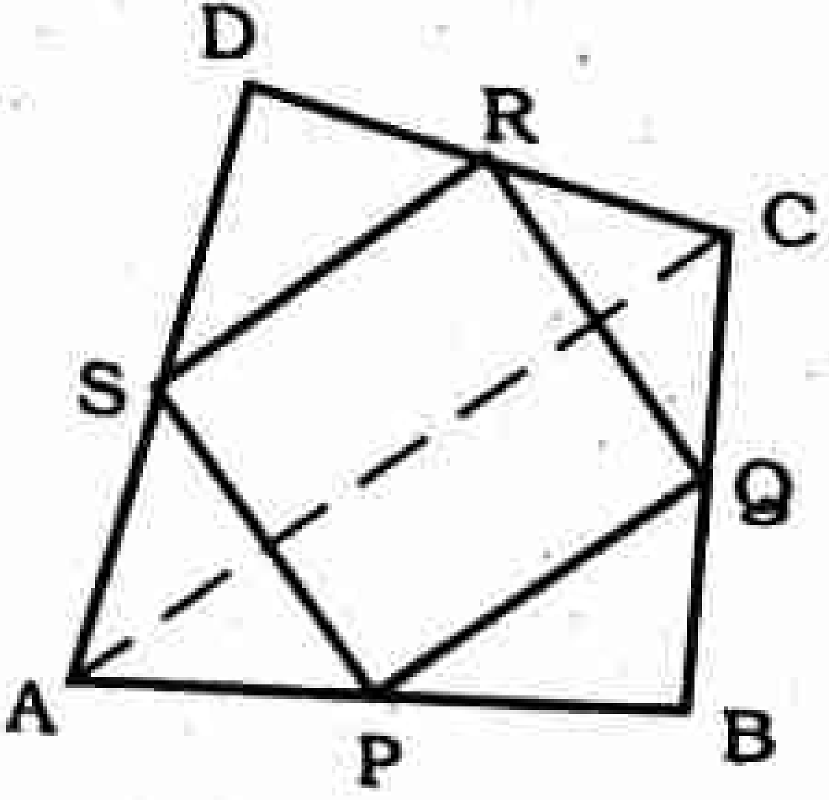
AB ಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore \quad \Delta ABC \equiv \Delta ABD$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ).

(iv) $\Delta ABC \equiv \Delta BAD$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ.)

$\therefore$ ಕರ್ಣ AC = ಕರ್ಣ BD.

1. ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). AC ಕರ್ಣ ಆದರೆ,



(i) $SR \parallel AC$ ಮತ್ತು $SR = \frac{1}{2} AC$

(ii) $PQ = SR$

(iii) PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. AC ಕರ್ಣವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) SR||AC ಮತ್ತು $SR = \frac{1}{2} AC$

(ii) PQ = SR

(iii) PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

ಸಾಧನೆ: (i) ΔADC ದಲ್ಲಿ S ಮತ್ತು R ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AD ಹಾಗೂ DC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ

SR||AC

ಮತ್ತು $SR = \frac{1}{2} AC$.

(ii) ΔABC ದಲ್ಲಿ P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB ಮತ್ತು BC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ

PQ||AC

ಮತ್ತು $PQ = \frac{1}{2} AC$

ಆದರೆ $SR = \frac{1}{2} AC$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

$\therefore$ PQ = SR

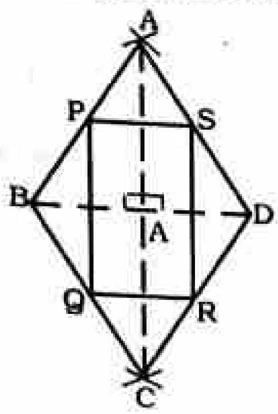
(iii) PQ = SR (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

SR||AC ಮತ್ತು PQ||AC

$\therefore$ SR||PQ

PQRS ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಇರುವುದರಿಂದ PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

2. ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. PQRS ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: PQRS ಒಂದು ಆಯತ.

ರಚನೆ: AC ಹಾಗೂ BD ಕರ್ಣ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: PQRS ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಅದರ ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬವಾಗಿರಬೇಕು.

ΔADC ದಲ್ಲಿ S ಮತ್ತು R ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AD ಹಾಗೂ DC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

$\therefore$ $SR \parallel AC$

$SR = \frac{1}{2} AC$ (ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ)

ΔABC ದಲ್ಲಿ P ಮತ್ತು Q, AB ಹಾಗೂ BC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

$\therefore$ $PQ \parallel AC$

$PQ = \frac{1}{2} AC.$

$\therefore$ $SR \parallel PQ$ ಮತ್ತು $SR = PQ$

$\therefore$ PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

ಆದರೆ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 90° ಏರ್ಪಡುವುದು.

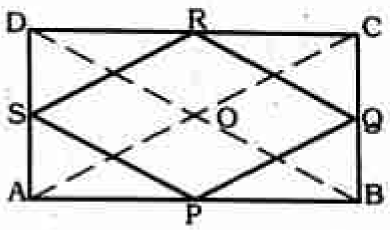
$\therefore$ $\angle P = 90^\circ$

$\therefore$ PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿದ್ದು, ಅದರ ಪ್ರತಿ ಕೋನ ಲಂಬವಾಗಿದೆ.

ಇದು ಆಯತದ ಲಕ್ಷಣವಾಗಿದೆ.

$\therefore$ PQRS ಒಂದು ಆಯತ.

3. ABCD ಒಂದು ಆಯತ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. PQRS ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಆಯತ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: PQRS ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ.

ರಚನೆ : AC ಹಾಗೂ BD ಕರ್ಣ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: ΔABC ದಲ್ಲಿ P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AD ಮತ್ತು BC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

$\therefore$ $PQ \parallel AC$ (ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ)

$PQ = \frac{1}{2} AC$ ...... (i)

ಹಾಗೆಯೇ, ΔADC ದಲ್ಲಿ, S ಮತ್ತು R ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AD ಮತ್ತು CD ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

$\therefore$ $SR \parallel AC$

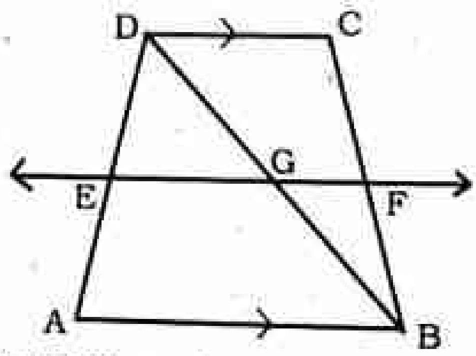
$SR = \frac{1}{2} AC$ ...... (ii)

ಅದೇ ರೀತಿ, ΔABD ದಲ್ಲಿ,

$SP \parallel BD$

$SP = \frac{1}{2} BD$ ...... (iii)

4. ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ. AB||DC. BD ಕರ್ಣ ಮತ್ತು AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು E ಆಗಿದೆ. E ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು BC ಯನ್ನು F ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು F ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ. AB||DC. BD ಕರ್ಣ ಮತ್ತು AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು E ಆಗಿದೆ. E ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಅದು BC ಯನ್ನು F ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು F.

ಸಾಧನೆ: EF ಸರಳರೇಖೆಯು BD ಯನ್ನು 'G' ದಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

ΔABD ದಲ್ಲಿ, E ಯು AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (ದತ್ತ)

EF||AB

EG||AB

$\therefore$ G ಯು BD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

$\because$ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರದ ವಿಲೋಮ.

DC||AB ಮತ್ತು EF||AB

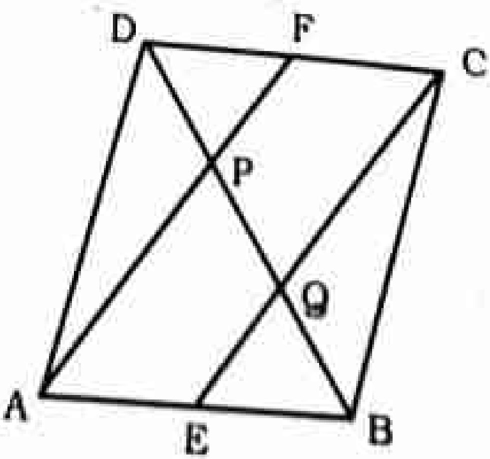
$\Rightarrow$ DC||EF

ΔBDC ದಲ್ಲಿ,

GF||DC G ಯು BDಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (ಸಾಧಿಸಿದ)

$\therefore$ F ಎಂಬುದು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆಗಿದೆ.

5. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಆಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ.) AF ಮತ್ತು EC ರೇಖಾಖಂಡಗಳು BD ಕರ್ಣವನ್ನು ತ್ರಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : AF ಮತ್ತು EC ರೇಖಾಖಂಡಗಳು BD ಕರ್ಣವನ್ನು ತ್ರಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೆ: ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

$AB \parallel DC$ ಮತ್ತು $AB = DC$

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}DC$$

$$AE = CF$$

ಮತ್ತು $AE \parallel CF$ ($\because AB \parallel CD$)

AECF ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ,

$AE \parallel CF$ ಮತ್ತು $AE = CF$ ಇದೆ.

$\therefore$ AECF ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

$\therefore AF \parallel EC$

ΔDQC ದಲ್ಲಿ, $PF \parallel QC$ ($\because AF \parallel EC$)

$\therefore$ P ಯು DQ ದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

$\therefore DP = PQ$ ...... (i)

ΔAPB ದಲ್ಲಿ, $EQ \parallel AP$ ಇದೆ.

ಆದರೆ E ಯು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (ದತ್ತ)

$\therefore$ Q ವು PB ದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

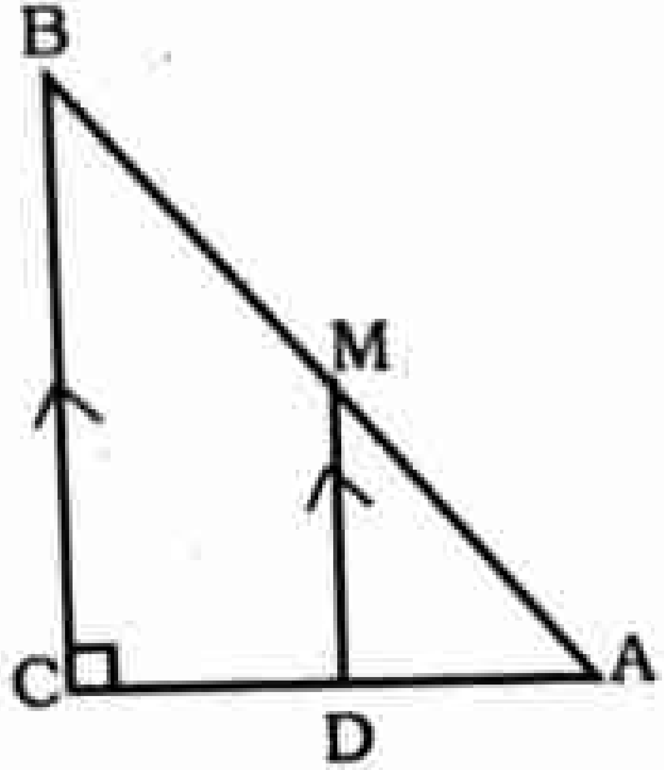
$PQ = QB$ ...... (ii)

(i) ಮತ್ತು (ii) ರಿಂದ,

$$DP = PQ = QB$$

$\therefore$ AF ಮತ್ತು EC ರೇಖಾಖಂಡಗಳು BD ಕರ್ಣವನ್ನು ತ್ರಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

7. ABC ಯು $\angle C$ ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಮೂಲಕ BC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ACಯನ್ನು D ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.



(i) ACಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D.

(ii) $MD \perp AC$

(iii) $CM = MA = \frac{1}{2}AB$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABC ಯು $\angle C$ ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಮೂಲಕ BC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ACಯನ್ನು D ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) ACಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D.

(ii) $MD \perp AC$

(iii) $CM = MA = \frac{1}{2}AB$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: (i) ΔABC ದಲ್ಲಿ,

Mವು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಮತ್ತು

MB||BCಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (ದತ್ತ)

∴ Dಯು AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ)

(ii) MD||BC

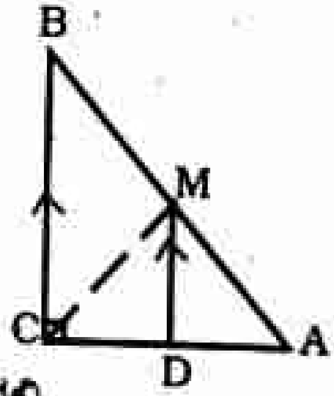
$\angle BCD + \angle MDC = 180°$ (ಅಂತರಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$90 + \angle MDC = 180°$

$\angle MDC = 180 - 90$

$\angle MDC = 90°$

$\therefore MD \perp AC$



(iii) ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ CM ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ.

Mವು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

$\therefore MA = \frac{1}{2}AB$ ... (i)

ಈಗ, ΔAMD ಹಾಗೂ ΔCMD ಗಳಲ್ಲಿ

$AD = DC$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

$\angle MDC = \angle MDA = 90°$

MD ಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore \Delta AMD \cong \Delta CMD$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\therefore CM = MA$ ...... (ii)

(i) ಮತ್ತು (ii) ನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದರಿಂದ,

$CM = MA = \frac{1}{2}AB$ ಆಗುತ್ತದೆ.