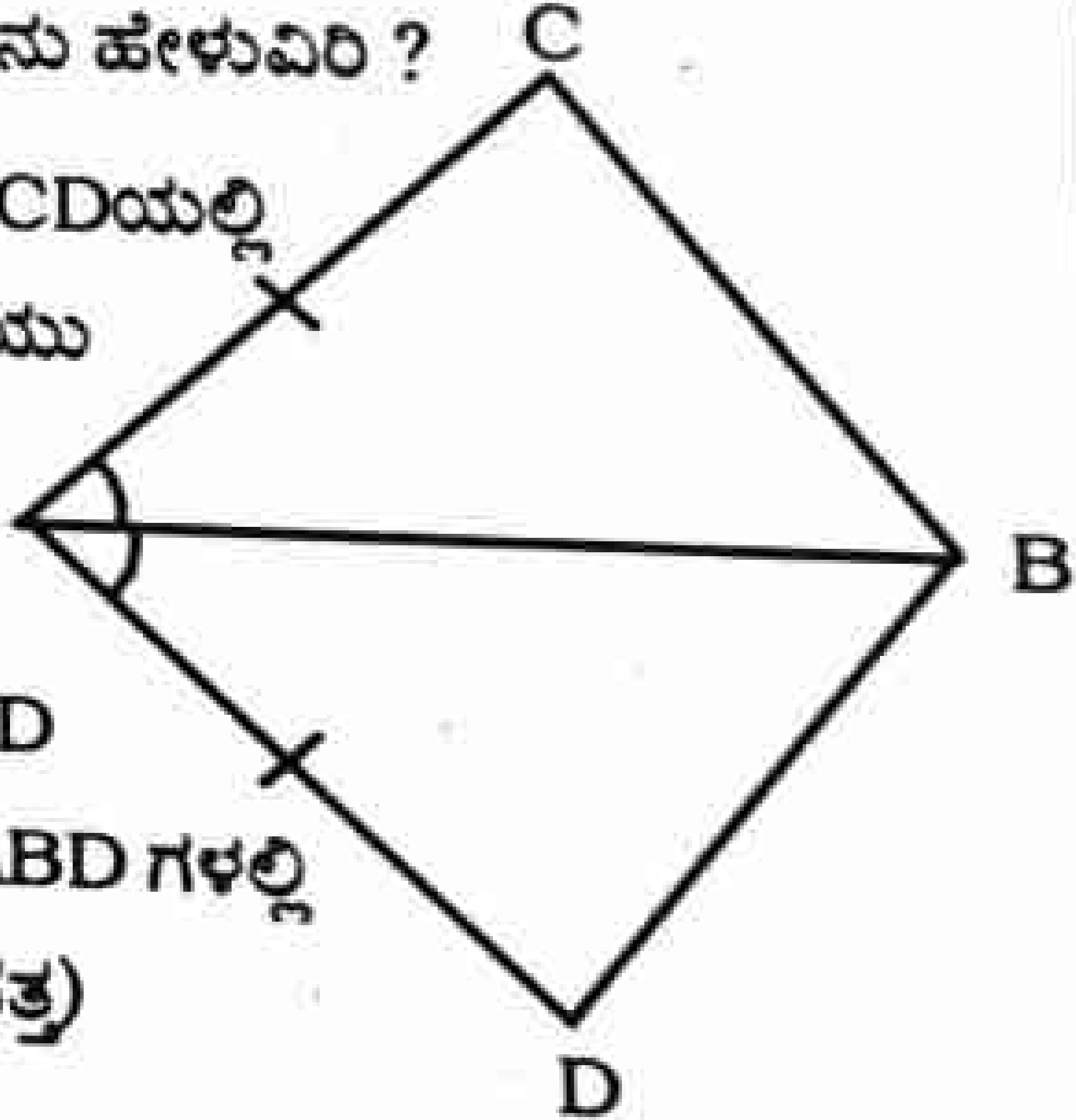
1. ಚತುರ್ಭುಜ $ABCD$ ಯಲ್ಲಿ $AC = AD$ ಮತ್ತು ABಯು $\angle A$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತಿದೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. BC ಮತ್ತು BD ಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ ?



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ಚತುರ್ಭುಜ $ABCD$ಯಲ್ಲಿ $AC=AD$ ಮತ್ತು ABಯು $\angle A$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸ್ತಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಹಾಗೂ ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ

$AC = AD$ (ದತ್ತ)

$\angle CAB = \angle DAB$ ∴ $\angle A$ ಅರ್ಧಿಸಿದೆ.

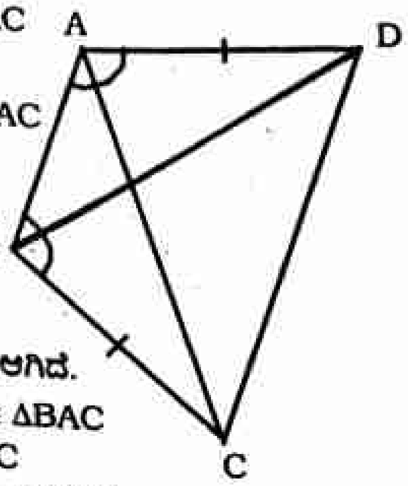
AB ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

ಇಲ್ಲಿ ಬಾಹು, ಕೋನ, ಬಾಹು ನಿಯಮವಿದೆ.

∴ $\Delta ABC \cong \Delta ABD$.

2. ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ. $AD = BC$ ಮತ್ತು $\angle DAB = \angle CBA$ ಆಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ)

(1) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$
(2) $BD = AC$
(3) $\angle ABD = \angle BAC$
ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ. $AD = BC$ ಮತ್ತು $\angle DAB = \angle CBA$ ಆಗಿದೆ.

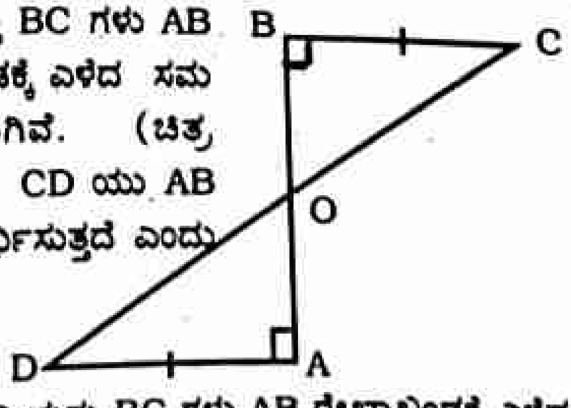
ಸಾಧನೀಯ : (1) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$
(2) $BD = AC$
(3) $\angle ABD = \angle BAC$

ಸಾಧನೆ : (i) ΔABD ಹಾಗು ΔBAC ಗಳಲ್ಲಿ,
$AD = BC$ (ದತ್ತ)
$\angle DAB = \angle CBA$ (ದತ್ತ)
AB ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.
ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ನಿಯಮ.
∴ $\Delta ABD \cong \Delta BAC$.

(ii) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$ ಇವೆ.
∵ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
∴ $BD = AC$.

(iii) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)
ಸಮವಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಿರುತ್ತವೆ.
$AD = BC$ ಇರುವುದರಿಂದ,
AD ಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನ ABD
BC ಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನ BAC
∴ $\angle ABD = \angle BAC$.

3. AD ಮತ್ತು BC ಗಳು AB ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸಮ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). CD ಯು AB ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ : AD ಮತ್ತು BC ಗಳು AB ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸಮ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ : CD ಯು AB ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೆ : ΔCBO ಹಾಗು ΔDAO ಗಳಲ್ಲಿ,

$BC = AD$

$\angle CBO = \angle DAO = 90^\circ$

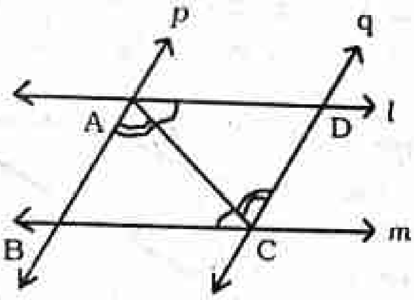
$\angle BOC = \angle AOD$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖಿ ಕೋನಗಳು)

ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿಯಮ.

$\therefore \Delta CBO \cong \Delta DAO$ $\therefore OA = OB$

$\therefore$ CD ಯು AB ಯನ್ನು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿದೆ.

4. l ಮತ್ತು m ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು. ಈ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ p ಮತ್ತು q ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ) ಹಾಗಾದರೆ $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: l ಮತ್ತು m ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು. ಈ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ p ಮತ್ತು q ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಹಾಗೂ ΔCDA ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle ACB = \angle DAC$. ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು.

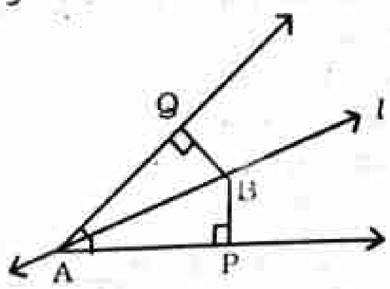
$\angle BAC = \angle ACD$

AC ಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

ಕೋ. ಬಾ. ಕೋ. ಸಿದ್ಧಾಂತ.

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta CDA.$

5. $\angle A$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ l ಆಗಿದೆ. B ಯು l ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು ಆಗಿದೆ. BP ಮತ್ತು BQ ಗಳು B ಯಿಂದ $\angle A$ ನ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ).



(i) $\Delta APB \cong \Delta AQB$

(ii) $BP = BQ$ ಅಥವಾ B ಯು $\angle A$ ನ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: $\angle A$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ l ಆಗಿದೆ. B ಯು l ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು ಆಗಿದೆ. BP ಮತ್ತು BQ ಗಳು B ಯಿಂದ $\angle A$ ನ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ : (i) $\Delta APB \cong \Delta AQB$

(ii) $BP = BQ$ ಅಥವಾ B ಯು $\angle A$ ನ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿವೆ.

ಸಾಧನೆ : ΔAPB ಮತ್ತು ΔAQB ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle APB = \angle AQB = 90^\circ$

$\angle PAB = \angle QAB$ (∵ l ಇದು $\angle A$ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿದೆ).

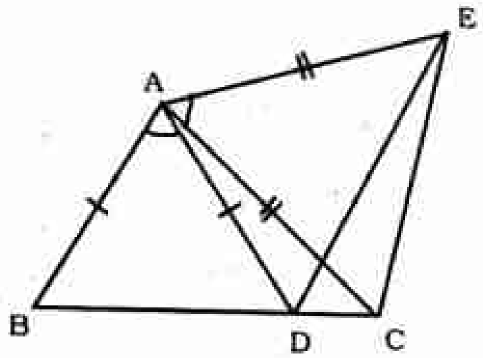
AB ಯು ಉಭಯಸಾಮಾನ್ಯ.

∴ $\Delta APB \cong \Delta AQB$ (ಕೋ.ಬಾ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

∴ $BP = BQ$.

∴ B ಬಿಂದುವು $\angle A$ಯ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

6. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AC = AE$, $AB = AD$ ಮತ್ತು $\angle BAD = \angle EAC$ ಆದರೆ $BC = DE$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: $AC = AE$, $AB = AD$ ಮತ್ತು $\angle BAD = \angle EAC$

ಸಾಧನೀಯ : $BC = DE$

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಹಾಗೂ ΔEAD ಗಳಲ್ಲಿ,

$AB = AD$ (ದತ್ತ)

$AC = AE$ (ದತ್ತ)

$\Delta BAC = \Delta EAD$

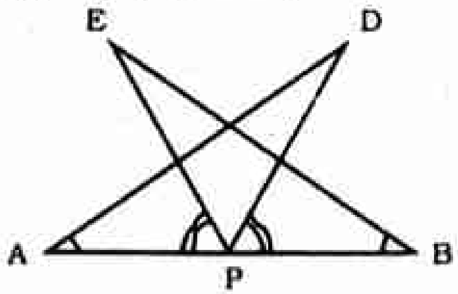
(∵ $\angle BAD + \angle DAC = \Delta EAC + \angle DAC$ ಮತ್ತು $\angle DAC = \angle DAC$.)

ಬಾಹು - ಕೋನ - ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ.

∴ $\Delta ABC \cong \Delta EAD$

∴ $BC = DE$.

7. AB ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡ ಮತ್ತು P ಅದರ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. $\angle BAD = \angle ABE$ ಮತ್ತು $\angle EPA = \angle DPB$ ಆಗುವಂತೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳು AB ಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿವೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ.)



(i) $\Delta DAP \cong \Delta EBP$

(ii) $AD = BE$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: AB ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡ ಮತ್ತು P ಅದರ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. $\angle BAD = \angle ABE$ ಮತ್ತು $\angle EPA = \angle DPB$ ಆಗುವಂತೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳು AB ಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿವೆ

ಸಾಧನೀಯ : (i) $\Delta DAP \cong \Delta EBP$

(ii) AD = BE ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : (i) ΔDAP ಹಾಗು ΔEBP ಗಳಲ್ಲಿ,

AP = BP ($\because$ Pಯು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು)

$\angle BAD = \angle ABE$ (ದತ್ತ)

$\angle APD = \angle BPE$

$\because$ ($\angle EPA = \angle DPB$ ಇದೆ. ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ $\angle EPD$ ಸೇರಿಸಿದರೆ,

$\angle EPA + \angle EPD = \angle DPB + \angle EPD$

$\therefore$ $\angle APD$ = -BPE.

ಈಗ ಕೋನ, ಬಾಹು, ಕೋನ ಸಿದ್ಧಾಂತ.

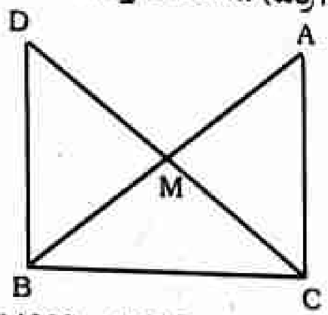
$\therefore$ $\Delta DAP \cong \Delta EBP$.

(ii) $\Delta DAP \cong \Delta EBP$ ಇರುವುದರಿಂದ,

ಇದರ ಮೂರ ಬಾಹು ಹಾಗೂ ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಿರುತ್ತವೆ.

$\therefore$ AD = BE.

8. ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $\angle C$ ಲಂಬಕೋನ ವಾಗಿದೆ. ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಆಗಿದೆ. C ನ್ನು M ಗೆ ಸೇರಿಸಿ, DM = CM ಆಗುವಂತೆ D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. D ಮತ್ತು B ಸೇರಿಸಿದೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ)



(i) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$

(ii) $\angle DBC$ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ

(iii) $\Delta DBC \cong \Delta ACB$

(iv) $CM = \frac{1}{2}$ AB ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, $\angle C$ ಲಂಬಕೋನ ವಾಗಿದೆ. ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಆಗಿದೆ. C ಯನ್ನು M ಗೆ ಸೇರಿಸಿ, DM = CM ಆಗುವಂತೆ D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. D ಮತ್ತು B ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$

(ii) $\angle DBC$ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ

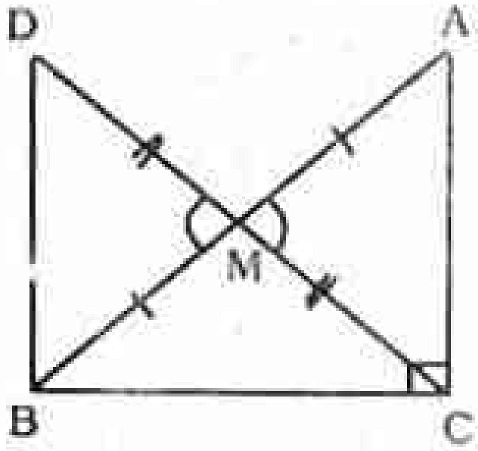
(iii) $\Delta DBC \cong \Delta ACB$

(iv) $CM = \frac{1}{2}$ AB ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : (i) ΔAMC ಹಾಗೂ ΔBMD ಗಳಲ್ಲಿ,

BM = AM ($\because$ M ವು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು)

DM = CM (ದತ್ತ)



$\angle BMD = \angle AMC$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

ಈಗ ಬಾಹು, ಕೋನ, ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ.

$\therefore \quad \Delta AMC \cong \Delta BMD.$

(ii) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ΔMBC ಸೇರಿಸಲಾಗಿ,

$\Delta BMD + \Delta MBC = \Delta AMC + \Delta MBC$

$\Delta DBC \cong \Delta ACB$ ಆಗುವುದು.

$\therefore$ AB ವಿಕರ್ಣ = DC ವಿಕರ್ಣ ಆಗುವುದು,

$\angle ACB = \angle DBC = 90^\circ$

$\therefore$ $\angle DBC$ ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ.

(iii) ΔDBC ಹಾಗೂ ΔACB ಗಳಲ್ಲಿ,

$DB = AC \quad \therefore \Delta DMB \cong DMC$ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

$\angle DBC = \angle ACB$ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

BC ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

ಬಾಹು, ಕೋನ, ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ

$\therefore \quad \angle DBC \cong \Delta ACB.$

(iv) $\Delta DBC \cong \Delta ACB$ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

$\therefore$ ಕರ್ಣ AB = ಕರ್ಣ DC

$$\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} DC$$

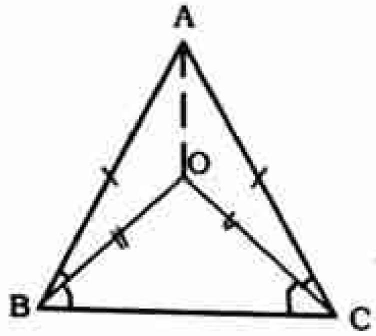
$$\frac{1}{2} AB = CM$$

$\therefore \quad CM = \frac{1}{2} AB$ ಆಗುವುದು.

1. ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AB = AC. $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ 'O' ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. A ಮತ್ತು O ಸೇರಿಸಿ.

(i) OB = OC

(ii) $\angle A$ ನ್ನು AO ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AB = AC. $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ 'O' ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. A ಮತ್ತು O ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) OB = OC

(ii) $\angle A$ ನ್ನು AO ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಾಧನ: (i) ΔABC ಯಲ್ಲಿ AB = AC

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$

$1/2 ABC = 1/2\ ACB$

$\angle OBC = \angle OCB$.

$\therefore$ ΔOBC ಯಲ್ಲಿ ಈಗ $\angle OBC = \angle OCB$ ಎಂದಾಯಿತು.

$\therefore$ ΔOBC ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

$\therefore$ OB = OC.

(ii) ΔAOB ಹಾಗೂ ΔAOC ಗಳಲ್ಲಿ,

AB = AC (ದತ್ತ)

OB = OC (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

AO ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

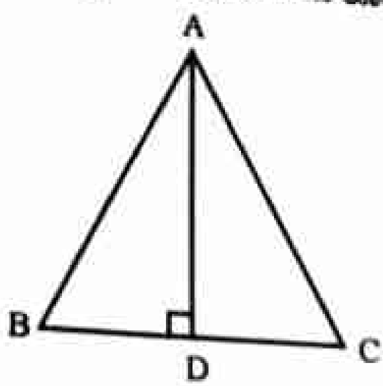
ಬಾಹು, ಬಾಹು, ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ.

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$

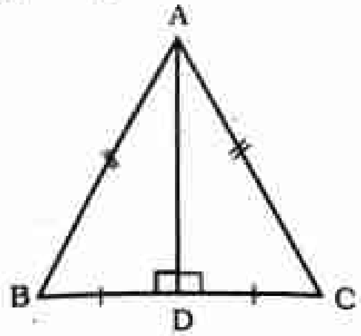
$\therefore \angle OAB = \angle OAC$

$\therefore$ AO ಎಂಬುದು $\angle A$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿದೆ.

2. ΔABC ಯಲ್ಲಿ BC ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕವು AD ಆಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). AB = AC ಆಗಿರುವಂತೆ ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ BCಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕವು AD ಆಗಿದೆ.
ಸಾಧನೀಯ: $AB = AC$ ಆಗಿರುವಂತೆ ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.



ಸಾಧನೆ: ΔABC ದಲ್ಲಿ BC ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ AD.

$\therefore$ $BD = DC$

$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ಆಗುವುದು.

ಈಗ, $\perp\Delta ADB$ ಹಾಗೂ $\perp\Delta ADC$ ಗಳಲ್ಲಿ,

$BD = DC$ (ADಯು ಲಂಬಾರ್ಧಕ)

$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ (ದತ್ತ)

AD ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore$ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$

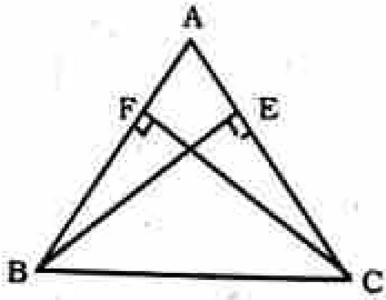
$\therefore$ ಸಮಕೋನಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.

$\therefore$ $AB = AC$

$\therefore$ ΔABC ದಲ್ಲಿ $AB = AC$ ಇದ್ದರೆ,

ΔABC ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.

3. ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. ಸಮಬಾಹುಗಳಾದ AC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ BE ಮತ್ತು CF ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ) ಈ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. ಸಮಬಾಹುಗಳಾದ AC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ BE ಮತ್ತು CF ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: ಎತ್ತರ BE = ಎತ್ತರ CF.

ಸಾಧನೆ: ΔABC ದಲ್ಲಿ

$AB = AC$ ಮತ್ತು $CF \perp AB$, $BE \perp AC$ ಇದೆ.

$\therefore$ $\angle BEC = \angle CFB = 90^\circ$ (ದತ್ತ)

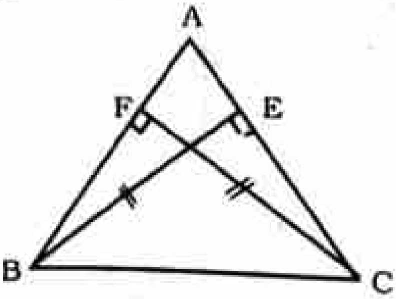
ಸಮಕೋನಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಿರುತ್ತವೆ.

BC ಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore$ $\Delta BEC \cong \Delta CFB$ (ಕೋ.ಕೋ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\therefore$ $BE = CF$.

4. ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ AC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ BE ಮತ್ತು CF ಆಗಿದ್ದು ಅವು ಸಮವಾಗಿವೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ)



(i) $\Delta ABE = \Delta ACF$

(ii) $AB = AC$ ಅಂದರೆ ΔABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ AC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ BE ಮತ್ತು CF ಆಗಿವೆ ಅಲ್ಲದೆ $BE = CF$ ಇರುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) $\Delta ABE = \Delta ACF$

(ii) $AB = AC$ ಅಂದರೆ ΔABCಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: ΔABE ಮತ್ತು ΔACF ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$ (ದತ್ತ)

ಎತ್ತರ BE = ಎತ್ತರ CF (ದತ್ತ)

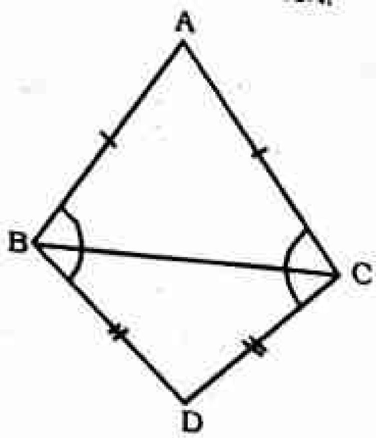
$\angle A$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore$ $\Delta ABE \cong \Delta ACF$ (ಕೋ.ಕೋ.ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\therefore$ $AB = AC$

$\therefore$ ΔABC ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

5. ABC ಮತ್ತು DBC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). $\angle ABD = \angle ACD$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABC ಮತ್ತು DBC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $\angle ABD = \angle ACD$

ಸಾಧನೆ : ΔABC ದಲ್ಲಿ $AB = AC$ ಇದೆ.

$\therefore$ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನ $\angle ABC = \angle ACB$ (i)

ಹಾಗೆಯೇ ΔBDC ದಲ್ಲಿ $BD = DC$ ಇದೆ.

$\therefore$ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನ $\angle DBC = \angle DCB$ (ii)

(i) ಹಾಗೂ (ii) ರಿಂದ

$\angle ABC = \angle ACB$

ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ $\angle DBC$ ಹಾಗೂ $\angle DCB$ ಆಯಾ ಕಡೆ ಸೇರಿಸಲಾಗಿ

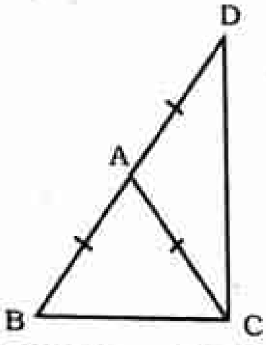
$\angle ABC + \angle DBC = \angle ABD$

$\angle ACB + \angle DCB = \angle ACD$

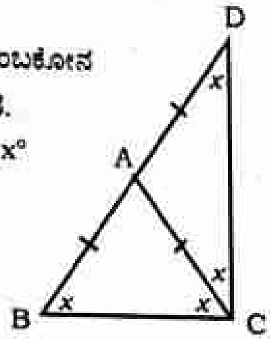
ಸಮವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳಿಗೆ, ಸಮ ಅಂಶ ಸೇರಿಸಿದೆ.

$\therefore \angle ABD = \angle ACD$.

6. ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. AB = AC ಆಗಿದೆ. AD = AB ಆಗುವಂತೆ BA ಯನ್ನು D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). $\angle BCD$ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ΔABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. AB=AC ಆಗಿದೆ. AD = AB ಆಗುವಂತೆ BA ಯನ್ನು D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ.



ಸಾಧನೀಯ: $\angle BCD$ ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ

ಸಾಧನೆ: ΔABC ದಲ್ಲಿ AB = AC ಇದೆ.

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = x^\circ$

ಹಾಗೆಯೇ, ΔACD ದಲ್ಲಿ,

AB = AC ಇದೆ.

AB = AD ಇದೆ.

$\therefore$ AD = AC ಆಗುವುದು.

ಸಮವಾಗಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$\therefore \angle ACD = \angle ADC = x$ ಆಗುವುದು.

ಈಗ, ΔDCB ದಲ್ಲಿ

$\angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ$

$\angle DBC + \angle ACB + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$

$x + x + x + x = 180$

$4x = 180$

$\therefore x = \frac{180}{4}$

$\therefore x = 45^\circ$

ಈಗ, $\angle DCB = \angle DCA + \angle ACB$

$= x + x$

$= 2x$

$= 2 \times 45 \quad (\because x = 45^\circ)$

$\therefore \angle DCB = 90^\circ$

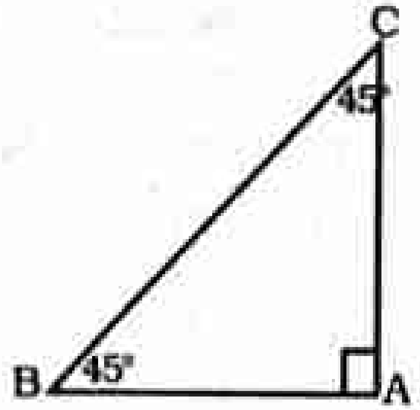
$\therefore \angle BCD$ ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ.

7. ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. $\angle A = 90^\circ$ ಮತ್ತು AB = AC ಆದರೆ $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

$\angle A = 90^\circ$ ಮತ್ತು AB = AC ಇದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $\angle B = ?$ ಮತ್ತು $\angle C = ?$



ಸಾಧನೆ: ΔABC ದಲ್ಲಿ, $AB = AC$ ಇದೆ.

$\therefore \angle B = \angle C$ ಆಗುವುದು.

ΔABC ದಲ್ಲಿ, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$90 + \angle B + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle C = 180 - 90°$

$\angle B + \angle C = 90°$

$\angle B + \angle C = 90°$ ಇದೆ.

ಆದರೆ $\angle B = \angle C$ ಇದೆ.

$\therefore \angle B + \angle C = 90°$

$\angle B + \angle C = 90°$

$2\angle B = 90°$

$\therefore \angle B = \frac{90}{2} = 45$

$\therefore \angle C = 45°$ $\quad \because \angle ABC = \angle ACB$

8. ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆ 60° ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ΔABC ದಲ್ಲಿ $AB = AC = BC$ ಇದೆ.

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C$ ಆಗುವುದು, ಅದು $x°$ ಆಗಿರಲಿ.

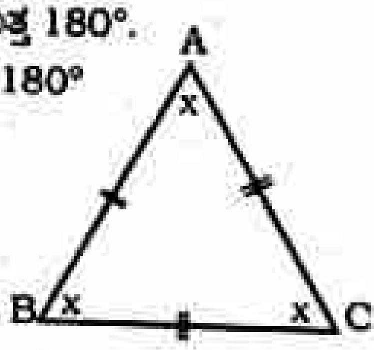
ಆದರೆ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$x + x + x = 180°$

$3x = 180$

$\therefore x = \frac{180}{3} = 60°$

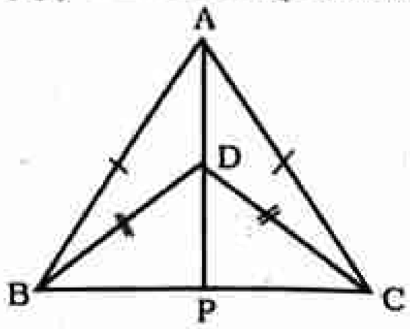


$\therefore \angle A = 60°$

$\angle B = 60°$

$\angle C = 60°.$

1. ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲೆ ΔABC ಮತ್ತು ΔDBC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ನಿಂತಿವೆ. A ಮತ್ತು D ಶೃಂಗಗಳು BC ಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿವೆ (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ). AD ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ ಅದು BC ಯನ್ನು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.



(i) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

(ii) $\Delta ABP \cong \Delta ACP$

(iii) $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle D$ ನ್ನು AP ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

(iv) BCಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕ AP ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲೆ ΔABC ಮತ್ತು ΔDBC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ನಿಂತಿವೆ. A ಮತ್ತು D ಶೃಂಗಗಳು BC ಯ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿವೆ. AD ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ಅದು BC ಯನ್ನು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.

(ii) $\Delta ABP \cong \Delta ACP$.

(iii) $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle D$ ನ್ನು AP ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

(iv) BCಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕ AP.

(v) $\angle A$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ AD.

ಸಾಧನೆ: (i) ΔABD ಹಾಗೂ ΔACD ಗಳಲ್ಲಿ,

$AB = AC$ (ದತ್ತ)

$BD = DC$ (ದತ್ತ)

AD ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ.

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

(ii) ΔABP ಹಾಗೂ ΔACP ಗಳಲ್ಲಿ,

$AB = AC$ (ದತ್ತ)

$\angle ABP = \angle ACP$ (ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

$\angle BAP = \angle CAP$ ($\because \Delta ABD \cong \Delta ACD$ ಸಾಧಿಸಿದೆ)

ಈಗ ಕೋನ, ಬಾಹು, ಕೋನ ಸಿದ್ಧಾಂತ

$\Delta ABP \cong \Delta ACP$.

(iii) $\Delta BAD \cong \Delta CAD$ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

APಯು $\angle A$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿದೆ.

ΔBDP ಹಾಗೂ ΔCDP ಗಳಲ್ಲಿ

$BD = DC$ (ದತ್ತ)

$BP = PC$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

DP ಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore \Delta BDP \cong \Delta CDP$ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\therefore \angle BDP = \angle CDP$

∴ DP ಯು ∠D ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿದೆ.

∴ AP ಯು ∠D ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿದೆ.

(iv) ಈಗ $\angle APB + \angle APC = 180^\circ$ (ಸಂಯುಗ್ಮ)

$\angle APB + \angle APB = 180^\circ$

$2\angle APB = 180$

$\therefore \angle APB = \frac{180}{2}$

$\therefore \angle APB = 90^\circ$

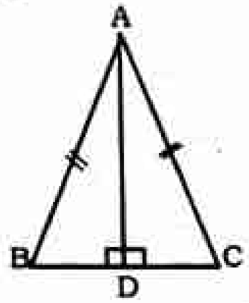
$\angle APB = \angle APC = 90^\circ$

$BP = PC$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

∴ AP ಯು BC ಬಾಹುವಿಗೆ ಲಂಬಾರ್ಧಕವಾಗಿದೆ.

(v) ∠Aಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ AP ಆದಾಗ,
∠A ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ AD ಆಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ AD, AP ಒಂದೇ ರೇಖೆ.

2. AB=AC ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AD ಯು ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ.



(i) BC ಯನ್ನು AD ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

(ii) ∠Aಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ AD ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: AB=AC ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AD ಯು ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) BC ಯನ್ನು AD ದ್ವಿಭಾಗಿಸಿ.

(ii) ∠Aಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ AD.

ಸಾಧನೆ: i) ΔABD ಹಾಗೂ ΔACD ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle ADB = \angle ADC$ ($\because AD \perp BC$)

$AB = AC$ (ದತ್ತ)

D ಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

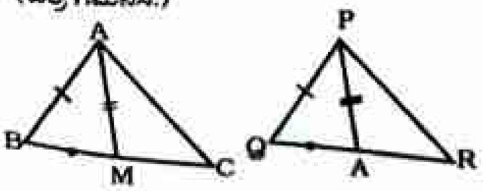
$\therefore BD = DC$

∴ BC ಯನ್ನು AD ಯು ಅರ್ಧಿಸಿದೆ.

(ii) $\angle BAD = \angle CAD$ ($\because \Delta ADB \cong \Delta ADC$)

∴ ADಯು ∠A ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

3. ΔABC ಯ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು BC ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AM ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ PQ ಮತ್ತು QR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PN ಗೆ ಸಮವಾಗಿವೆ. (ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ.)



(i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ΔABC ಯ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು BC ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AM ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ PQ ಮತ್ತು QR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PN ಗೆ ಸಮವಾಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: (i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$.

ಸಾಧನೆ: (i) ΔABC ದಲ್ಲಿ,

AM ವು BC ರೇಖೆಗೆ ಎಳೆದ ಮಧ್ಯರೇಖೆ.

$\therefore\ BM = \frac{1}{2}BC$

ಅದೇ ರೀತಿ ΔPQR ದಲ್ಲಿ,

$QN = \frac{1}{2}QR$

ಆದರೆ, $BC = QR$

$\frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}QR$

$\therefore\ BM = QN$

ΔABM ಹಾಗೂ ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ,

$AB = PQ$ (ದತ್ತ)

$BM = QN$ (ದತ್ತ)

$AM = PN$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

$\therefore\ \Delta ABM \cong \Delta PQN$ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

(ii) ΔABC ಹಾಗೂ ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ,

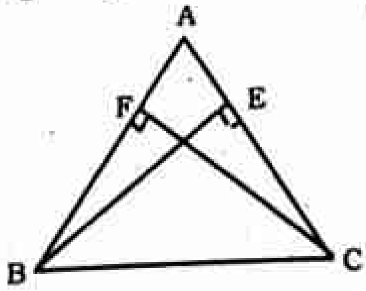
$AB = PQ$ (ದತ್ತ)

$\angle ABC = \angle PQR$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)

$BC = QR$ (ದತ್ತ)

$\therefore\ \Delta ABC \cong \Delta PQR$ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

4. BE ಮತ್ತು CF ಗಳು ΔABC ಯ ಸಮ ಎತ್ತರಗಳಾಗಿವೆ. ಲಂ.ವಿ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: BE ಮತ್ತು CF ಗಳು ΔABC ಯ ಸಮ ಎತ್ತರಗಳಾಗಿವೆ.

ಸಾಧನೀಯ : ABC ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: $BE = CF$ (ದತ್ತ)

ΔBCF ಹಾಗೂ ΔCBE ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle BFC = \angle CEB = 90^\circ$ (ದತ್ತ)

BC ಯು ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಕರ್ಣವಾಗಿದೆ.

ಲಂಬಕೋನ, ಕರ್ಣ, ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ,

$\therefore\ \Delta BCF \cong \Delta CBE$

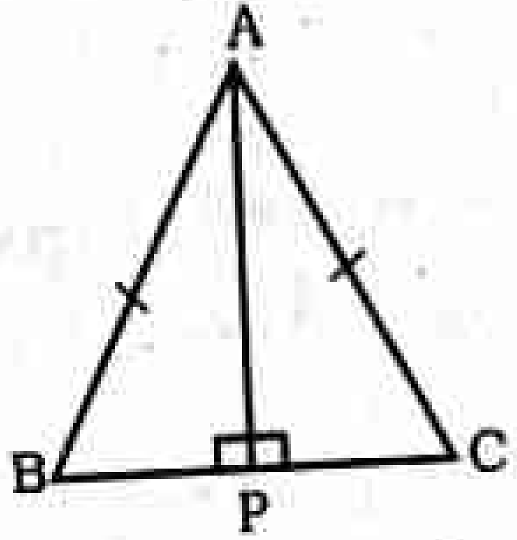
$\therefore\ \angle CBF = \angle BCE$

$\therefore\ \angle CBA = \angle BCA$

$\therefore$ AB = AC

$\therefore$ ΔABC ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

5. ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ AB = AC, $\angle B = \angle C$ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು $AP \perp BC$ ಎಳೆಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ: ದತ್ತ: ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ AB = AC.

ಸಾಧನೀಯ : $\angle B = \angle C$

ರಚನೆ: $AP \perp BC$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: DABC ದಲ್ಲಿ $AP \perp BC$ ಮತ್ತು AB = BC ಇದೆ.

$\therefore$ $\triangle$ ΔABP ಹಾಗೂ $\triangle$ ΔACP ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle APB = \angle APC = 90°$ ($\because$ $AP \perp BC$)

ಕರ್ಣ AB = ಕರ್ಣ AC

AP ಯು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ.

ಲಂ.ಕ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ,

$\triangle$ ΔABP @ $\triangle$ ΔACP

$\therefore$ $\angle ABP = \angle ACP$

$\therefore$ $\angle ABC = \angle ACB$

$\therefore$ $\angle B = \angle C$.